

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Кудрявцев Максим Геннадьевич
Должность: Проректор по образовательной деятельности
Дата подписания: 27.06.2023 20:38:56
Уникальный программный ключ:
790a1a8df2525774421adc1fc96453f0e992bfb0

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ ЗАОЧНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет электроэнергетики и технического сервиса

Кафедра природообустройства и водопользования

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ И ЗАДАНИЯ
ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

**Студентам 1 курса по направлению подготовки бакалавров
38.03.01 – «Экономика»**

**Профили: «Экономика предприятий и организаций»;
«Бухгалтерский учет, анализ и аудит»**

Балашиха 2021

Составители: доцент Лычкин В.Н., старший преподаватель Капитонова В.А.

УДК 517. (076)

Математический анализ: Методические указания по изучению дисциплины/ Рос.гос. аграр. заоч. ун-т; Сост. Лычкин В.Н., Капитонова В.А. М., 2021. 25 стр.

Предназначены для студентов 1 курса

Утверждены методической комиссией факультета электроэнергетики и технического сервиса

Рецензенты: д.т.н., профессор Славкин В.И.; к.т.н., доцент Липа О.А. (ФГБОУ ВО РГАЗУ)

Раздел 1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по дисциплине «Математический анализ» составлены в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО 3++) по направлению подготовки бакалавров 38.03.01 – «Экономика» (утверждено приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 августа 2020 года, № 954.) , рабочими учебными планами, утвержденными Ученым советом РГАЗУ.

1. 1. Цели и задачи дисциплины

Целью математического образования является развитие навыков математического мышления; навыков использования математических методов и основ математического моделирования; математической культуры у обучающегося.

Ему необходимо в достаточной степени владеть как классическими , так и современными математическими методами анализа задач, возникающих в его практической деятельности, использовать возможности вычислительной техники, уметь выбирать наиболее подходящие комбинации известных методов, знать их сравнительные характеристики.

Для выработки у современных специалистов с высшим образованием *необходимой математической культуры* необходимо решение следующих задач:

1. Обеспечение высокого уровня фундаментальной математической подготовки студентов.

2. Выработки у студентов умения проводить логический и качественный анализ социально-экономических задач управления на основе построения математических моделей на базе различных средств информационного обеспечения.

3. Умение использовать методы современной математики, необходимые для работы по выбранной специальности.

4. Умение специалиста самостоятельно продолжить свое математическое образование.

В результате изучения дисциплины выпускник должен обладать следующими **универсальными компетенциями**:

Код компетенции	Наименование универсальной компетенции. Планируемые результаты освоения основной профессиональной образовательной программы	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	ИД-1 _{ук1} . Знает методы критического анализа и оценки научных достижений: основные принципы критического анализа.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные понятия и методы математического анализа, теории дифференциальных уравнений, элементов теории функций комплексной переменной.

Уметь: использовать математический аппарат для обработки технической и экономической информации и анализа данных.

Владеть: методами построения математических моделей типовых профессиональных задач.

1. 2. Библиографический список

Основной

1. Лычкин В.Н. Лекции и практические занятия по высшей математике: Учебное пособие для вузов./В.Н. Лычкин, В.А. Капитонова, А.А. Муханова.- М.:»Прондо», 2017.

2. Лычкин В.Н. Математический анализ в задачах и упражнениях: Учеб. пособие. /В.Н. Лычкин, В.А. Капитонова–М.: ФГБОУ ВПО РГАЗУ, 2013.

3. Лычкин В.Н. Высшая математика. /В.Н. Лычкин. Учеб. пособие. – М.: РГАЗУ, 2011. – 330 с.

Дополнительный

4. Асланов Р.М., Муханова А.А., Муханов С.А., Нижников А.И. Высшая математика. Книга из пяти частей. Часть II: Учебное пособие.– Калуга: ИП Шилин И.В. (Изд-во «ЭЙДОС»), 2014. - 304 с.

5. Асланов Р.М., Муханова А.А., Муханов С.А., Нижников А.И. Высшая математика. Книга из пяти частей. Часть IV: Учебное пособие.– Калуга: ИП Стрельцов И.А. (Изд-во «ЭЙДОС»), 2015. – 376 с.

1. 3. Распределение учебного времени по модулям (разделам) и темам дисциплины

Таблица 1

№ п.п.	Наименование модулей и тем дисциплины	Всего, ч	В том числе, ч			Рекомендуемая литература
			Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	
1	2	3	4	5	6	7
Модуль 1. Введение в математический анализ		20	-	2	18	1-3
1.	Тема 1. Предел функции	10	-	2	8	
2	Тема 2. Непрерывность функции	10	-	-	10	
Модуль 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной		40	2	2	36	1-3
1.	Тема 1. Производная и дифференциал	20	2	-	18	
2	Тема 2. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	20	-	2	18	
Модуль 3. Неопределенный интеграл		30	2	2	26	1-3

1.	Тема1. Неопределенный интеграл	15	2	-	13	
2	Тема 2. Интегрирование рациональных и иррациональных выражений	15	-	2	13	
Модуль 4. Определенный интеграл		30	-	2	28	1-3
1.	Тема1. Вычисление определенного интеграла	10	-	-	10	
2	Тема2. Приложения определенного интеграла	20	-	2	18	
Модуль 5. Функции многих независимых переменных		30	-	-	30	1-3
1.	Тема1. Функции многих независимых переменных	15	-	-	15	
2	Тема 2. Экстремум функции двух переменных	15	-	-	15	
Модуль 6. Кратные и криволинейные интегралы		30	-	-	30	1-3
1.	Тема1. Двойной интеграл	20	-	-	20	
2	Тема 2. Тройной интеграл. Криволинейный интеграл	10	-	-	10	
Модуль 7. Дифференциальные уравнения		44	4	2	38	1-3
1	Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	20	2	2	16	
2	Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков	24	2	-	22	
Модуль 8. Числовые и функциональные ряды		28	-	-	28	1-3
1.	<i>Тема 1. Числовые ряды</i>	8	-	-	8	
2.	<i>Тема 2. Степенные ряды</i>	8	-	-	8	
3.	<i>Тема 3. Тригонометрические ряды</i>	12	-	-	12	
Итого		252	8	10	234	

Раздел 2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНЫХ МОДУЛЕЙ ДИСЦИПЛИНЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ ИЗУЧЕНИЮ

2. 1. Модуль 1. Введение в математический анализ

2. 1. 1. Содержание модуля.

Тема 1. 1. Предел функции.

Множество вещественных чисел. Функция. Область ее определения. Способы задания. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Сложные и обратные функции. Числовая последовательность и ее предел. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Предел функции в точке и в бесконечности. Первый и второй замечательные пределы. Свойства пределов функции. Бесконечно малые величины. Их свойства. Сравнение бесконечно малых.

Тема 1. 2. Непрерывность функции .

Непрерывность функции в точке и на интервале. Точки разрыва функции. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства функции непрерывных на отрезке.

2. 1. 2. Методические указания по его изучению.

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решения задач № 43, 47, 48, 49, 67, 69, 78, 80, 107, 108 из [2].

2. 1. 3. Вопросы для самоконтроля

1. Какая величина называется постоянной? переменной?
2. Что называется функцией одной независимой переменной?
3. Что называется областью существования (определения) функции?
4. Назовите способы задания функции.
5. Какая функция называется явной? неявной?
6. Какая функция называется возрастающей? убывающей?
7. Какая функция называется четной? нечетной?
8. Какая функция называется периодической?
9. Какая функция называется элементарной?
10. Какие функции называются основными элементарными функциями?
11. Какая функция называется сложной?
12. Что называется интервалом знакопостоянства функции?
13. Какие функции называются взаимно обратными? Как построить график обратной функции по графику данной функции в системе декартовых координат?
14. Что называется числовой последовательностью?
15. Что называется пределом числовой последовательности?
16. Сформулируйте определение предела функции.
17. Сформулируйте теоремы о пределах функций.
18. Какая функция называется бесконечно малой? бесконечно большой? Какова зависимость между ними?
19. Перечислите свойства бесконечно малых функций.
20. Напишите формулы первого и второго замечательных пределов.
21. Какие логарифмы называются натуральными?
22. Сформулируйте определения односторонних пределов функции в точке.
23. Какая функция называется непрерывной в точке? на интервале?
24. Какая точка называется точкой разрыва первого рода? второго рода?
25. Перечислите свойства непрерывных на отрезке функций.

2. 1. 4. Задания для самостоятельной работы

В задачах 1 – 6 вычислить пределы.

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 4} . \quad 2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{2x^2 + x - 15} . \quad 3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5x + 6}{3x^3 + 12x - 1} .$$
$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{3x} . \quad 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{2x} . \quad 6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{2x-1} .$$

2. 2. Модуль 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

2. 2. 1. Содержание модуля.

Тема 2.1. Производная и дифференциал.

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Ее геометрический и механический смысл. Правила дифференцирования функций. Производные основных элементарных функций. Производная сложной и обратной функции. Производные высших порядков.

Дифференциал функции, его геометрический смысл. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Правило Лопиталя. Точки экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши

Тема 2. *2. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций.*

Условия монотонности функций. Экстремумы функции, необходимое условие. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке.

Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Уравнение касательной к кривой в данной точке.

2. 2. 2. Методические указания по его изучению.

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решения задач № 120, 122, 124, 138, 141, 178, 195, 199, 213, 229, 244, 245 из [2].

2. 2. 3. Вопросы для самоконтроля.

1. Что называется производной функции?
2. Каков геометрический, физический смысл производной?
3. Какая функция называется дифференцируемой в точке? на интервале?
4. Как взаимосвязаны непрерывность и дифференцируемость функции в точке?
5. Напишите правила дифференцирования функций.
6. Напишите формулы дифференцирования основных элементарных функций.
7. Сформулируйте правило дифференцирования сложной функции.
8. Сформулируйте определение дифференциала функции.
9. Перечислите свойства дифференциала функции.
10. Каков геометрический смысл дифференциала функции?
11. Сформулируйте теорему Ролля. Каков ее геометрический смысл?
12. Сформулируйте теорему Лагранжа. Каков ее геометрический смысл?
13. Сформулируйте достаточные признаки возрастания и убывания функции.
14. Какие точки называются стационарными точками функции?
15. Какие точки называются критическими точками функции?
16. Дайте определения максимума, минимума функции.
17. Что называется экстремумом функции?
18. Назовите необходимое условие экстремума функции.
19. Назовите достаточные признаки экстремума функции.
20. Какая кривая называется выпуклой? вогнутой?
21. Что называется точкой перегиба кривой?

22. Как найти интервалы выпуклости и вогнутости кривой?
23. Сформулируйте достаточный признак существования точки перегиба кривой.
24. Что называется асимптотой кривой?
25. Как найти вертикальные асимптоты кривой?
26. Как найти наклонные асимптоты кривой?
27. Назовите схему исследования функции и построения ее графика.
28. В каких случаях применяется правило Лопиталья при вычислении пределов?

2. 2. 4. Задания для самостоятельной работы

В задачах 1 – 3 найти производные указанных функций.

$$1. y = x^4 + \frac{1}{x^3} - \sqrt[5]{x} + 4. \quad 2. y = e^{\sin^3 x}. \quad 3. y = \left(3^{\arctg \sqrt{x}} + 2 \right)^4.$$

4. Найти дифференциал функции $y = \sin^3 5x$.

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 3x}$, используя правило Лопиталья.

6. Найти интервалы возрастания и убывания функции

$$y = x^3 + 3x^2 + 3x.$$

7. Исследовать на экстремум функции $y = \frac{4x}{4 + x^2}$; $y = x^3 + \frac{9x^2}{2} - 5$

8. Открытый сверху резервуар с квадратным дном должен вмещать 108 литров воды. Каковы должны быть размеры резервуара, чтобы на его изготовление пошло наименьшее количество материала?

9. Найти интервалы выпуклости и вогнутости и точки перегиба кривой

$$y = x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 50.$$

10. Найти асимптоты кривой $y = \frac{1}{2x^2 + x - 1}$.

2. 3. Модуль 3. Неопределенный интеграл.

2. 3. 1. Содержание модуля.

Тема 1. *Неопределенный интеграл.*

Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных интегралов. Интегрирование заменой переменной и по частям.

Тема 2. *Интегрирование рациональных и иррациональных выражений.*
Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.

2. 3. 2. Методические указания по его изучению.

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решения задач № 299, 302, 306, 325, 332, 344, 345, 352, 372, 387, 409, 417 из [2].

2. 3. 3. Вопросы для самоконтроля.

1. Сформулируйте определение первообразной функции.
2. Что называется неопределенным интегралом от данной функции?
3. Каков геометрический смысл неопределенного интеграла?
4. Перечислите свойства неопределенного интеграла.
5. Напишите формулы таблицы основных интегралов.
6. В чем сущность метода замены переменной при вычислении неопределенных интегралов?
7. Напишите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
8. Укажите типы интегралов, вычисление которых целесообразно производить при помощи метода интегрирования по частям.
9. Изложите правило разложения правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей.
10. Изложите методы интегрирования простейших рациональных дробей.

2. 3. 4. Задания для самостоятельной работы

Вычислить неопределенные интегралы.

$$\begin{array}{lll}
 1. \int \frac{2 \arcsin x dx}{\sqrt{1-x^2}} & 2. \int e^x \sqrt{1+e^x} dx & 3. \int \frac{3x^2 dx}{x^6-25} \\
 4. \int \frac{dx}{x^2+4x+4} & 5. \int \frac{dx}{3x^2+4x-7} & 6. \int \frac{2x-8}{\sqrt{1-x-x^2}} dx \\
 7. \int x^2 \sin x dx & 8. \int \ln x dx & 9. \int \frac{x^5-2x^2+3}{(x-2)^2} dx
 \end{array}$$

2. 4. Модуль 4. Определенный интеграл.

2. 4. 1. Содержание модуля.

Тема 1. *Вычисление определенного интеграла.*

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов.

Методы вычисления определенного интеграла по формулам прямоугольников, трапеций, Симпсона. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.

Тема 2. *Приложения определенного интеграла.*

2. 4. 2. Методические указания по его изучению.

После изучения по учебнику теоретического материала разберите решения задач № 435, 437, 439, 454, 468, 479, 489, 491, 504, 519 из [2].

2. 4. 3. Вопросы для самоконтроля.

1. Назовите задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
2. Напишите интегральную сумму для функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.
3. Что называется определенным интегралом от функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$?
4. Каков геометрический смысл определенного интеграла?

5. Перечислите свойства определенного интеграла.
6. Чему равна производная от определенного интеграла с переменным верхним пределом интегрирования?
7. Напишите формулу Ньютона – Лейбница.
8. Напишите формулу замены переменной в определенном интеграле.
9. Чему равен интеграл $\int_{-a}^a f(x) dx$, если $y = f(x)$ есть четная функция?

нечетная функция?

10. Напишите формулу интегрирования по частям в определенном интеграле.
11. Сформулируйте определение несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
12. Сформулируйте определение несобственного интеграла от разрывной функции.
13. В каком случае несобственный интеграл называется сходящимся? расходящимся?
14. Как вычисляется площадь плоской фигуры в прямоугольной системе координат с помощью определенного интеграла?
15. Напишите формулы для вычисления объемов тел, образованных вращением плоской фигуры вокруг оси Ox ; оси Oy .

2. 4. 4. Задания для самостоятельной работы

Вычислить определенные интегралы.

$$1. \int_2^3 3x^2 dx. \quad 2. \int_0^2 \frac{dx}{x^2 + 4}. \quad 3. \int_{-1}^1 (x \cos x - \sqrt[3]{x} + 3x^2) dx$$

$$4. \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x}. \quad 5. \int_0^2 \frac{dx}{x^2 + 2x - 8}. \quad 6. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}.$$

2. 5. Модуль 5. Функции многих независимых переменных.

2. 5. 1. Содержание модуля.

Тема 1. *Функции многих независимых переменных.*

Область определения. Предел функции. Непрерывность. Частные производные. Полный дифференциал, его связь с частными производными. Инвариантность формы полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Неявные функции. Теоремы существования. Дифференцирование неявных функций.

Тема 2. *Экстремум функции двух переменных.*

Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия. Метод наименьших квадратов. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Примеры применений при поиске оптимальных решений.

2. 5. 2. Методические указания по его изучению.

После изучения по учебнику теоретического материала разберите решения задач № 540, 552, 559, 571, 581, 607, 613, 618 из [2].

2. 5. 3. Вопросы для самоконтроля.

1. Сформулируйте определение функции двух, трех и большего числа независимых переменных.

2. Что называется областью определения функции двух независимых переменных?

3. Каково геометрическое изображение функции двух переменных?

4. Сформулируйте определение предела функции двух переменных.

5. Что называется частным и полным приращениями функции двух переменных?

6. Какая функция двух переменных называется непрерывной в точке? в области?

7. Сформулируйте определение частных производных первого порядка функции двух независимых переменных. Каков их геометрический смысл?

8. Что называется полным дифференциалом функции двух переменных?

9. Как найти частные производные второго порядка функции двух переменных?

10. Что называется экстремумом функции двух независимых переменных?

11. Сформулируйте необходимое условие существования экстремума функции двух переменных.

12. Сформулируйте достаточный признак экстремума функции двух переменных.

2. 5. 4. Задания для самостоятельной работы

В задачах 1 – 4 найти частные производные первого порядка указанных функций:

$$1. z = e^{x^2 - y^3}. \quad 2. z = xe^{-xy}. \quad 3. z = x^2 \ln y + 5x - \operatorname{arctg} y.$$

$$4. z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$$

В задачах 5 – 7 найти частные производные второго порядка указанных функций.

$$5. z = \frac{x^2}{1 - 2y}. \quad 6. z = \ln(x^2 + y). \quad 7. z = \sin^2(ax + by).$$

В задачах 8 – 10 исследовать на экстремум следующие функции:

$$8. z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2.$$

$$9. z = x^2 + y^2 + 9x - 6y - xy + 20.$$

$$10. z = x^3 + y^3 - 3xy.$$

2. 6. Модуль 6. Кратные и криволинейные интегралы.

2. 6. 1. Содержание модуля.

Тема 1. *Двойной интеграл.*

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла (в частности, задача о вычислении объема цилиндрического тела). Двойной интеграл; его определение. Формулировка теоремы о существовании двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Теорема о среднем значении.

Вычисление двойного интеграла по прямоугольной и произвольной областям сведением к повторному интегралу. Перемена порядка интегрирования в повторном интеграле. Переход в двойном интеграле к полярным координатам.

Геометрические и физические приложения двойного интеграла: вычисление объемов тел и площадей, массы плоских фигур, моментов инерции и статистических моментов, координат центра тяжести плоских фигур.

Тема 2. *Тройной интеграл. Криволинейный интеграл.*

Понятие о тройном интеграле. Задача о вычислении работы переменной силы. Определение криволинейного интеграла по координатам. Его простейшие свойства. Вычисление криволинейного интеграла путем сведения его к определенному интегралу. Криволинейный интеграл по дуге. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования (плоский случай). Нахождение функции двух переменных по ее полному дифференциалу. Интеграл по поверхности. Понятие о потоке векторного поля. Дивергенция. Формула Остроградского-Гаусса.

2. 6. 2. Методические указания по его изучению.

После изучения по учебнику теоретического материала разберите решения задач № 777, 781, 790, 801, 815, 823, 836, 842 из [2].

2. 6. 3. Вопросы для самоконтроля.

1. Что называется двойным интегралом от функции двух переменных по данной области?
2. Дайте геометрическое толкование двойного интеграла.
3. Перечислите свойства двойного интеграла.
4. Укажите способы вычисления двойного интеграла в прямоугольной системе координат.
5. Как вычисляется двойной интеграл в полярной системе координат?
6. Напишите формулы для вычисления координат центра тяжести плоских фигур с помощью двойного интеграла.
7. Дайте определение тройного интеграла.
8. Как вычисляется тройной интеграл в прямоугольной системе координат?
9. Как вычисляется тройной интеграл в цилиндрической системе координат?
10. Напишите формулы для вычисления координат центра тяжести тела с помощью тройного интеграла.
11. Что называется криволинейным интегралом по координатам?
12. Перечислите свойства криволинейного интеграла.
13. Укажите способы вычисления криволинейного интеграла.
14. Напишите формулу Грина.

15. Сформулируйте условия независимости криволинейного интеграла по координатам от пути интегрирования.

16. Изложите способ нахождения функции двух переменных по ее полному дифференциалу.

2. 6. 4. Задания для самостоятельной работы

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x^2 + y^2 + 2) dx dy$, если область D есть

прямоугольник, ограниченный прямыми $x=2$, $x=4$, $y=0$, $y=3$.

В задачах 2, 3 вычислить двойные интегралы.

$$2. \int_0^1 dy \int_0^2 (12 - 4x - 3y) dx. \quad 3. \int_3^4 dx \int_1^2 \frac{dy}{(x+y)^2}.$$

4. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где область D ограничена прямыми $y = x$, $y = \sqrt{3}x$ и дугой

окружности $x^2 + y^2 = 4$, лежащей в первой четверти.

5. Найти координаты центра тяжести однородной плоской фигуры, ограниченной параболой $y = 2x - 3x^2$ и осью Ox .

2. 7. Модуль 7. Дифференциальные уравнения.

2. 7. 1. Содержание модуля.

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие об общем и частном решении. Интегральные кривые. Начальные условия.

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие об общем и частном решении. Интегральные кривые. Начальные условия

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения; линейные дифференциальные уравнения.

Формулировка теоремы о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Понятие об особом решении.

Дифференциальное уравнение семейства плоских кривых, зависящих от одного параметра. Задача об ортогональных траекториях. Поле направлений дифференциального уравнения. Изоклины. Приближенное решение дифференциальных уравнений первого порядка (способ Эйлера).

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков.

Понятие о дифференциальных уравнениях высших порядков, Общее и частное решения. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижения порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Свойства их решений. Линейно-независимые решения. Структура общего решения.

Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Запись общего решения в зависимости от корней характеристического уравнения.

Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Теорема наложения. Метод вариации произвольных постоянных. Отыскание частных решений линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами в случае специальных правых частей уравнения (многочлен, Ae^{kx} , $A\cos nx + B\sin nx$).

Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами высших порядков. Системы линейных дифференциальных уравнений постоянными коэффициентами, простейшие приемы решения.

2. 7. 2. Методические указания по его изучению.

После изучения по учебнику теоретического материала разберите решения задач № 635, 658, 667, 702, 714, 716, 717, 745 из [2].

2. 7. 3. Вопросы для самоконтроля.

1. Что называется дифференциальным уравнением?
2. Что называется порядком дифференциального уравнения?
3. Что называется общим решением дифференциального уравнения первого порядка?
4. Что называется частным решением дифференциального уравнения
5. Каков геометрический смысл частного решения дифференциального уравнения первого порядка?
6. Приведите примеры дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.
7. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется линейным? уравнением Бернулли? Укажите способ их решения.
8. Какое уравнение называется линейным неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка?
9. Какое уравнение называется линейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка?
10. Какое уравнение называется характеристическим для линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка?
11. Какой вид имеет общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка в зависимости от дискриминанта характеристического уравнения?
12. Как найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?
13. Какой вид имеет частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если его правая часть есть многочлен? показательная функция? тригонометрическая функция? комбинация этих функций?

2. 7. 4. Задания для самостоятельной работы

В задачах 1 – 3 найти общие интегралы следующих уравнений.

1. $(1 + y^2)dx + y(1 + x^2)dy = 0$. 2. $xyy' = 1 - x^2$.

$$3. y' \cos x - (y + 1) \sin x = 0.$$

В задачах 4, 5 найти частные решения уравнений, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$4. xy' + y = x + 1; \quad y(2) = 3. \quad 5. y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}; \quad y(0) = 0.$$

В задачах 6 – 8 найти общее решение данных уравнений:

$$6. y'' - 5y' + 6y = 0. \quad 7. y'' + 4y' + 4y = 0. \quad 8. y'' - 3y' - 4y = 0.$$

В задачах 9 – 11 найти общее решение данных уравнений.

$$9. y'' - y' - 6y = 12x^2 - 2x + 1.$$

$$10. y'' - 7y' + 10y = 4e^{3x}.$$

$$11. y'' + 9y = 12 \cos 3x + 18 \sin 3x.$$

2. 8. Модуль 8. Числовые и функциональные ряды.

2. 8. 1. Содержание модуля.

Тема 1. *Числовые ряды.*

Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Ряды с комплексными членами, методы исследования на сходимость.

Тема 2. *Степенные ряды.*

Теорема Абеля. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям.

Тема 3. *Тригонометрические ряды.*

Тригонометрическая система функций. Ряд Фурье. Разложение функции в ряд Фурье. Формулировка условий разложимости в случае равномерной сходимости. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье, его свойства и применение.

2. 8. 2. Методические указания по его изучению.

После изучения по учебнику теоретического материала разберите решения задач № 868, 869, 884, 910, 911, 924, 943, 950 из [2].

2. 8. 3. Вопросы для самоконтроля.

1. Что называется числовым рядом?
2. Что называется n – ой частичной суммой числового ряда?
3. Что называется суммой числового ряда?
4. В чем состоит необходимый признак сходимости числового ряда?
5. Сформулируйте достаточные признаки сходимости числовых рядов с положительными членами, основанные на сравнении рядов.
6. Сформулируйте признак Даламбера сходимости рядов с положительными членами.
7. В чем заключается интегральный признак Коши сходимости рядов с положительными членами?
8. Какой ряд называется гармоническим? Выполняется ли для него необходимый признак сходимости? Сходится ли гармонический ряд?

9. Какой ряд называется знакочередующимся?
10. Сформулируйте признак Лейбница о сходимости знакочередующегося ряда.
11. Сформулируйте правило оценки остатка знакочередующегося ряда.
12. Какой ряд называется абсолютно сходящимся?
13. Какой ряд называется условно сходящимся?
14. Назовите свойства абсолютно сходящихся рядов.
15. Какой ряд называется функциональным?
16. Что называется областью сходимости функционального ряда?
17. Какой ряд называется степенным?
18. Сформулируйте теорему Абеля о сходимости степенного ряда.
19. Как найти область сходимости степенного ряда?
20. Сформулируйте теоремы о почленном дифференцировании и интегрировании степенных рядов.
21. Какой степенной ряд называется рядом Тейлора данной функции.
22. Какой степенной ряд называется рядом Маклорена ?
23. Как определяются коэффициенты ряда Маклорена?
24. Напишите разложения в ряд Маклорена функций $e^x, \sin x, \cos x, \ln(1 + x)$.
25. Какой ряд называется тригонометрическим рядом Фурье?
26. Напишите формулы коэффициентов Фурье для периодической функции с периодом 2π .
27. Напишите формулы коэффициентов Фурье для четных и нечетных периодических функций с периодом 2π .
28. Напишите формулы коэффициентов Фурье для функций с произвольным периодом.

2. 8. 4. Задания для самостоятельной работы

В задачах 1 – 5 исследовать сходимость числовых рядов.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)2^n} \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{4^n} \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(3n-1)(2n+2)}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{3^n(3n+1)} \quad 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2}$$

6. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n 3^n}$.

7. Разложить в ряд Фурье периодическую с периодом $T=2\pi$ функцию

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{при } 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

РАЗДЕЛ 3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ ВЫПОЛНЕНИЮ

3. 1. Методические указания по выполнению контрольных работ

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа, состоящая из изучения материала, чтения учебника, решения задач, выполнения контрольной работы. В период лабораторно-экзаменационной сессии для студентов проводятся лекции и практические занятия, носящие обзорный характер.

При изучении учебника следует воспроизводить на бумаге в форме конспекта основные моменты рассматриваемого вопроса программы, обращая особое внимание на определение основных понятий курса высшей математики, формулировки теорем, формулы.

Работа над учебником должна сопровождаться решением задач.

В соответствии с действующим учебным планом студенты изучают курс математического анализа в течение первого года обучения.

При выполнении контрольной работы следует руководствоваться следующими указаниями:

1. Контрольная работа должна выполняться в отдельной тетради (в клетку), на внешней обложке которой должны быть написаны фамилия и инициалы студента, его шифр, дата отсылки работы в институт, домашний адрес.

2. Задачи контрольной работы следует располагать в порядке возрастания их номеров. Перед решением каждой задачи нужно полностью переписать ее условие. На каждой странице тетради нужно оставлять поля шириной 3-4 см для замечаний преподавателя.

3. Решение задач следует излагать подробно, делая соответствующие ссылки на вопросы теории с указанием необходимых теорем и формул. Решение задач геометрического содержания должно сопровождаться чертежами (желательно на миллиметровой бумаге). Объяснения к решению задачи должны соответствовать обозначениям, приведенным на чертежах.

4. Контрольная работа должна выполняться *самостоятельно*, в противном случае студент лишается возможности проверить степень своей подготовленности по изучаемой дисциплине.

5. Получив из университета прорецензированную работу, студент должен исправить отмеченные преподавателем ошибки и недочеты. Если работа не зачтена, то в кратчайший срок следует выполнить все требования рецензента и представить работу на повторное рецензирование, приложив при этом и первоначально выполненную работу.

6. В межсессионный период или во время лабораторно-экзаменационной сессии студент должен пройти на кафедре высшей математики собеседование по зачтенной контрольной работе.

7. Студент выполняет вариант контрольной работы, совпадающий с последней цифрой его учебного шифра. При этом, если предпоследняя цифра учебного шифра есть число нечетное (1, 3, 5, 7, 9), то номера задач для соот-

ветствующего варианта даны в таблице 2. Если же предпоследняя цифра учебного шифра есть число четное (2, 4, 6, 8) или ноль, то номера задач даны в таблице 3.

Таблица 2

Номер варианта	Номера задач								
1	2	13	24	35	46	57	68	79	90
2	3	14	25	36	47	58	69	80	81
3	4	15	26	37	48	59	70	71	82
4	5	16	27	38	49	60	61	72	83
5	6	17	28	39	50	51	62	73	84
6	7	18	29	40	41	52	63	74	85
7	8	19	30	31	42	53	64	75	86
8	9	20	21	32	43	54	65	76	87
9	10	11	22	33	44	55	66	77	88
0	1	12	23	34	45	56	67	78	89

Таблица 3

Номер варианта	Номера задач								
1	3	15	27	39	41	53	65	77	89
2	4	16	28	40	42	54	66	78	90
3	5	17	29	31	43	55	67	79	81
4	6	18	30	32	44	56	68	80	82
5	7	19	21	33	45	57	69	71	83
6	8	20	22	34	46	58	70	72	84
7	9	11	23	35	47	59	61	73	85
8	10	12	24	36	48	60	62	74	86
9	1	13	25	37	49	51	63	75	87
0	2	14	26	38	50	52	64	76	88

3. 2. Задачи для контрольной работы

В задачах 1 – 10 вычислить указанные пределы.

1. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{4x^2 + x - 2}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 2x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x+3}$
2. а) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 8x + 7}{(x-7)^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{x-2}$;

- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{3x}$;
3. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{5x^2 + 4x - 1}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\arcsin 3x}$;
4. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 4x$;
5. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^3 + 1}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$;
6. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 10x + 8}{x^2 - 4}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{arctg} 2x}$;
7. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$;
8. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} 3x}$;
9. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} 3x}$;
10. а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + 5x - 3}{x^2 + 4x + 3}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{x}$;
- з) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{2/x}$.
- б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 2x + 1}{4x^2 - 5x + 2}$;
- з) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x - 1} \right)^{4x}$.
- б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3}{4x^3 + 5x}$;
- з) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x)^{3/x}$.
- б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$;
- з) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+1} \right)^{2x+2}$.
- б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 2x}{3x + 1}$;
- з) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3x}$.
- б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$;
- з) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x+1} \right)^{6x-4}$.
- б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2+1-3}}{\sqrt{x}-2}$;
- з) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+4} \right)^{2x-1}$.
- б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$;
- з) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x)^{3/x}$.
- б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1}{\sqrt{3x+4} - 2}$;
- з) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+2}{4x-1} \right)^{2x+3}$.

В задачах **11 – 20** найти производные данных функций.

11. а) $y = \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$; б) $y = e^{\arcsin 2x}$;
в) $\operatorname{tgy} - xy^2 = 0$.

12. а) $y = \operatorname{arctg}(x+1) + \frac{x+1}{x^2+2x+2}$; б) $y = \sin 2^x$;
в) $\sin y - xy^2 + 4 = 0$.

13. а) $y = x \operatorname{tg} x + \ln \cos x + e^{5x}$; б) $y = e^{x - \arcsin x}$;
в) $x^3 y^3 - 2xy + 3 = 0$.

14. а) $y = \ln \frac{x^2}{x+1} + 3x\sqrt[3]{x}$; б) $y = 2^{\operatorname{arctg} x - x^2}$;
в) $x^2 y^2 - \cos x = 0$.

15. а) $y = x^2 + x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$; б) $y = 2^{\frac{\arcsin 1}{x}}$;
в) $\cos(xy) - 2x = 0$.

16. а) $y = \ln \frac{(x-1)^2}{x+2} + 3\sqrt[3]{x^2}$; б) $y = 2^{\frac{4}{\sin x}}$;
в) $\frac{x}{y} + xy - 2 = 0$.

17. а) $y = \ln \frac{x^2}{x-1} + 4x\sqrt[4]{x}$; б) $y = (e^{\sin x} + 3x)^3$;
в) $5x^2 y^2 - 7y + 4 = 0$.

18. а) $y = x^3(3 \ln x - 1) - \frac{x+1}{e^x}$; б) $y = (5^{\operatorname{tg} 2x} + 3)^4$;
в) $x^3 y^3 - 2xy + 1 = 0$.

19. а) $y = \ln \frac{(x+1)^2}{x+3} + 3x\sqrt[3]{x}$; б) $y = 5^{\arcsin x^2}$;
в) $x^2 + xy + y^2 = 3$.

20. а) $y = e^{5x}(5x-1) - \frac{2 \ln x + 1}{x^2}$; б) $y = 4^{\frac{\operatorname{arctg} 3}{x}}$;
в) $x^2 + y^2 - xy = 0$.

В задачах **21 – 30** исследовать данные функции методами дифференциального исчисления и построить их графики. Исследование функции рекомендуется проводить по следующей схеме: 1) найти область определения функции; 2) исследовать функцию на непрерывность; 3) определить, является ли данная функция четной, нечетной; 4) найти интервалы возрастания и убывания функ-

ции и точки ее экстремума; 5) найти интервалы выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции; 6) найти асимптоты графика функции.

$$21. y = \frac{4 \ln x}{x}. \quad 22. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}. \quad 23. y = \frac{2}{x^2 + 1}. \quad 24. y = \frac{8x}{x^2 + 1}.$$

$$25. y = x \ln x. \quad 26. y = \frac{3 \ln x}{x}. \quad 27. y = 2e^{-x^2}. \quad 28. y = \frac{x^2}{x-1}.$$

$$29. y = \frac{1}{x^2 - 9}. \quad 30. y = \ln(x^2 - 6x + 10).$$

В задачах **31 – 40** вычислить неопределенные интегралы.

$$31. \text{ а) } \int \frac{x^3 dx}{1+x^8}; \quad \text{ б) } \int \frac{x^3 - 3}{x^2 + 6x + 7} dx; \quad \text{ в) } \int \arcsin x dx.$$

$$32. \text{ а) } \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1 + \sin^2 x}}; \quad \text{ б) } \int \frac{x^3 + 4}{x^2 + 4x + 4} dx; \quad \text{ в) } \int x^2 \ln x dx.$$

$$33. \text{ а) } \int \sin^3 x \cos x dx; \quad \text{ б) } \int \frac{x^3 - 2}{x^2 - 3x + 2} dx; \quad \text{ в) } \int \arccos x dx.$$

$$34. \text{ а) } \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}; \quad \text{ б) } \int \frac{x^3}{x^2 + x + 1} dx; \quad \text{ в) } \int x \cos 3x dx.$$

$$35. \text{ а) } \int \frac{\sec^2 x dx}{\operatorname{tg}^2 x - 9}; \quad \text{ б) } \int \frac{x^3 + 1}{x^2 - 7x + 10} dx; \quad \text{ в) } \int x e^{-4x} dx.$$

$$36. \text{ а) } \int \frac{e^{2x} dx}{4 + e^{2x}}; \quad \text{ б) } \int \frac{x^3 - 4}{x^2 + 5x + 6} dx; \quad \text{ в) } \int \arcsin 2x dx.$$

$$37. \text{ а) } \int \sin x \cos^2 x dx; \quad \text{ б) } \int \frac{x^3 + 2}{x^2 + 2x + 4} dx; \quad \text{ в) } \int x^3 \ln x dx.$$

$$38. \text{ а) } \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^{10} - 3}}; \quad \text{ б) } \int \frac{x^3 - 2}{x^2 - 4x + 3} dx; \quad \text{ в) } \int \arccos 5x dx.$$

$$39. \text{ а) } \int \frac{e^{\sqrt{2x-1}} dx}{\sqrt{2x-1}}; \quad \text{ б) } \int \frac{x^3}{x^2 + 4x - 5} dx; \quad \text{ в) } \int \frac{\ln x dx}{x^2}.$$

$$40. \text{ а) } \int x(x^2 + 4)^9 dx; \quad \text{ б) } \int \frac{x^3 - 5}{x^2 + 4x + 8} dx; \quad \text{ в) } \int x e^{-4x} dx.$$

В задачах **41 – 45** вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями. Сделать чертеж.

$$41. y = x^3; \quad y = \sqrt{x}. \quad 42. y = \frac{5}{x}; \quad y = 6 - x.$$

$$43. y = \frac{1}{2}x^2; \quad y = 4 - x. \quad 44. y = x^2 + 2; \quad y = 4 - x^2.$$

$$45. y = -x^2 + 1; \quad y = x - 1.$$

В задачах **46 – 50** вычислить объем тела, образованного вращением во-круг оси Ox фигуры, ограниченной указанными линиями. Сделать чертеж.

46. $xy = 4; \quad x = 1; \quad x = 4; \quad y = 0.$

47. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$

48. $y^2 = x; \quad y = x^2.$

49. $y = x^2 + 1; \quad y = 3x - 1.$

50. $y = \sin x$ (одна полуволна); $y = 0.$

В задачах **51 – 60** функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

51. $z = 4x^2 - 6xy + 2y^3 - 2x - 5.$

52. $z = 4x^2 - 6xy + x + 2y^3 + 5.$

53. $z = x^2 - 6xy + 2y^3 + 4x - 10.$

54. $z = 2x^2 + 3xy + 3y^3 + 9x + 5.$

55. $z = x^3 - 6xy + 8y^2 - 2y - 5.$

56. $z = x^2 - 3xy - y^3 + 2x - 2.$

57. $z = -x^3 + 3xy - 3y^2 + 3y + 4.$

58. $z = 7x^2 - x - y^3 + 6xy + 0,75.$

59. $z = -x^3 + 3xy + 2y^2 - 7y + 2.$

60. $z = -8x^2 + 2x - y^3 + 6xy - 1.$

В задачах **61 - 70** найти общее решение дифференциальных уравнений первого порядка.

61. $xy' + y = x + 1.$

62. $y' - y \cos x = -\sin 2x.$

63. $xy' - y = -\ln x.$

64. $y'x \ln x - y = 3x^3 \ln^2 x.$

65. $2xy' + y = 2x^3.$

66. $y' - y = e^x.$

67. $xy' - y = x^3.$

68. $xy' - y = -2 \ln x.$

69. $x^3 y' + 3x^2 y = 2.$

70. $y' - 2xy = 2xe^{x^2}.$

В задачах **71 – 80** найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

71. $y'' - 9y' = 2x^3 + 6x^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$

72. $y'' - 4y' + 3y = -xe^{2x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$

73. $y'' + 2y' - 3y = 6 \cos 3x - 12 \sin 3x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3.$

74. $y'' + y = (2x + 2)e^x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$

75. $y'' + y' = 2 - e^{-x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 3.$

76. $y'' - 2y' = 2e^{2x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.
 77. $y'' - 3y' + 2y = 6\sin 2x - 2\cos 2x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
 78. $y'' + y' - 2y = 3e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.
 79. $y'' - 5y' + 6y = e^{3x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$.
 80. $y'' + 2y' + 5y = 5x^2 + 9x + 9$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

В задачах **81 – 90** дан степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n x^n}{b^n \sqrt[3]{n+1}}$. При заданных значениях a и b написать первые три члена ряда, найти интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах интервала.

81. $a = 2$, $b = 3$. 82. $a = 3$, $b = 5$. 83. $a = 4$, $b = 7$.
 84. $a = 5$, $b = 9$. 85. $a = 7$, $b = 6$. 86. $a = 2$, $b = 5$.
 87. $a = 3$, $b = 2$. 88. $a = 4$, $b = 3$. 89. $a = 5$, $b = 2$.
 90. $a = 6$, $b = 4$.

Оглавление

Раздел 1. Общих методические указания по изучению дисциплины...	3
1. 1. Цели и задачи дисциплины	3
1. 2. Библиографический список	4
1. 3. Распределение учебного времени по модулям (разделам) и темам дисциплины	4
Раздел 2. Содержание учебных модулей дисциплины и методические указания по их изучению.....	6
Раздел 3. Задания для контрольных работ и методические указания по их выполнению	17
3. 1. Методические указания по выполнению контрольных работ	17
3. 2. Задания для контрольных работ	18