

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Кудрявцев Максим Геннадьевич  
Должность: Проректор по образовательной деятельности  
Дата подписания: 27.06.2023 20:38:56  
Уникальный программный ключ:  
790a1a8df252577442fad1fe36c57f0e902b1b0

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ**  
**ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ ЗАОЧНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Факультет электроэнергетики и технического сервиса**

**Кафедра природообустройства и водопользования**

# **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Студентам 2 курса по направлению подготовки бакалавров**

**38.03.01 – «Экономика»**

**Профили – «Экономика предприятий и организаций»  
«Бухгалтерский учет, анализ и аудит»**

**Балашиха 2021**

Составители: доцент Лычкин В.Н., старший преподаватель Капитонова В.А.

УДК 517. (076)

Теория вероятностей и математическая статистика: Методические указания по изучению дисциплины/ Рос. гос. аграр. заоч. ун-т; Сост. В.Н.Лычкин, В.А. Капитонова. М., 2021. стр.

Предназначены для студентов 2 курса

Утверждены методической комиссией факультета электроэнергетики и технического сервиса

Рецензенты: д.т.н., профессор Славкин В.И.; к.т.н., доцент Липа О.А. (ФГБОУ ВО РГАЗУ)

## Раздел 1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по дисциплине «Высшая математика» составлены в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО 3++) по направлению подготовки бакалавров 38.03.01 – «Экономика» и рабочими учебными планами, утвержденными Ученым советом РГАЗУ.

### 1. 1. Цели и задачи дисциплины

Целью математического образования является развитие навыков математического мышления; навыков использования математических методов и основ математического моделирования; математической культуры у обучающегося.

Ему необходимо в достаточной степени владеть как классическими, так и современными математическими методами анализа задач, возникающих в его практической деятельности, использовать возможности вычислительной техники, уметь выбирать наиболее подходящие комбинации известных методов, знать их сравнительные характеристики.

Для выработки у современных специалистов с высшим образованием *необходимой математической культуры* необходимо решение следующих задач:

1. Обеспечение высокого уровня фундаментальной математической подготовки студентов.

2. Выработки у студентов умения проводить логический и качественный анализ социально-экономических задач управления на основе построения математических моделей на базе различных средств информационного обеспечения.

3. Умение использовать методы современной математики, необходимые для работы по выбранной специальности.

4. Умение специалиста самостоятельно продолжить свое математическое образование.

В результате изучения дисциплины выпускник должен:

1) обладать следующими **универсальными компетенциями**:

Категория универсальных компетенций	Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Системное и критическое мышление	УК – 1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-Зук-1. Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.

2) обладать следующими **общепрофессиональными компетенциями**:

Код	Наименование общепрофессиональ-	Код и наименование индикатора дос-
-----	---------------------------------	------------------------------------

компетенции	ной компетенции. Планируемые результаты освоения основной профессиональной образовательной программы	тижения общепрофессиональной компетенции. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-2	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ИД-2 <sub>ОПК-2</sub> . Определяет методы сбора информации, способы ее представления, применяя современное программное обеспечение

В результате изучения дисциплины студент **должен:**

**Знать:** методы теории вероятностей и математической статистики.

**Уметь:** использовать аппарат теории вероятностей и математической статистики при изучении количественных закономерностей, которым подчиняются массовые случайные события.

**Владеть:** навыками решения задач по теории вероятностей и математической статистики для построения математических моделей типовых профессиональных задач

## 1. 2. Библиографический список

### *Основной*

1. Асланов Р.М., Муханова А.А., Муханов С.А., Нижников А.И. Высшая математика. Книга из пяти частей. Часть III: Учебное пособие.– Калуга: ИП Шилин И.В. (Изд-во «ЭЙДОС»), 2015. - 292 с

2. Лычкин В.Н. Лекции и практические занятия по высшей математике: Учебное пособие для вузов./В.Н. Лычкин, В.А. Капитонова, А.А. Муханова.- М.:»Прондо», 2017.

### *Дополнительный*

3. Асланов Р.М., Муханова А.А., Муханов С.А., Нижников А.И. Высшая математика. Книга из пяти частей. Часть VI: Учебное пособие.– Калуга: ИП Стрельцов И.А. (Изд-во «ЭЙДОС»), 2015. – 376 с.

4. Лычкин В.Н. Высшая математика в задачах. Учебное пособие. М.: РГАЗУ, 2009.

### 1. 3. Распределение учебного времени по модулям (разделам) и темам дисциплины

Таблица 1

№ п.п.	Наименование модулей и тем дисциплины	Всего, ч	В том числе, ч			Рекомендуемая литература
			Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	
1	2	3	4	5	6	7
1	Модуль 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей.	29	2	-	27	1-4
2	Модуль 2. Повторные независимые испытания.	29	2	2	25	1-4
3	Модуль 3. Случайные величины и их числовые характеристики.	29	-	2	27	1-4
4	Модуль 4. Законы распределения случайных величин.	19	2	2	15	1-4
5	Модуль 5. Основные понятия математической статистики.	29	2	2	25	1-4
6	Модуль 6. Статистические оценки параметров распределения. Элементы теории корреляции	45	-	2	43	1-4
ИТОГО		180	8	10	162	

## Раздел 2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНЫХ МОДУЛЕЙ ДИСЦИПЛИНЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ ИЗУЧЕНИЮ

### 2. 1. Модуль 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей.

#### 2. 1. 1. Содержание модуля.

Тема 1. Основные определения и теоремы.

Предмет теории вероятностей. Классификация событий. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Понятие случайного события. Относительные частоты. Закон устойчивости относительных частот. Классическое и геометрическое определение вероятности. Определение условной вероятности. Независимость событий. Теорема о полной вероятности. Формулы Байеса.

#### 2. 1. 2. Методические указания по его изучению.

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решения примеров № 922, 928, 937 из [4].

#### 2. 1. 3. Вопросы для самоконтроля.

1. Что называется случайным событием? Приведите примеры случайных событий.

2. Какие события называются противоположными? несовместимыми?

3. Что называется относительной частотой появления случайного события?
4. Сформулируйте статистическое определение вероятности наступления случайного события.
5. Сформулируйте классическое определение вероятности наступления случайного события.
6. Перечислите свойства вероятностей.
7. Что называется условной вероятностью события?
8. Сформулируйте теоремы умножения и сложения вероятностей.
9. Напишите формулу полной вероятности.

#### **2. 1. 4. Задания для самостоятельной работы.**

1. В студенческой группе 5 отличников, 12 четверочников, 8 троечников. К доске произвольно вызывается студент. Какова вероятность того, что это хорошист?
2. В ящике 10 пронумерованных шаров с номерами от 1 до 10. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превышает 10 ?
3. Точка взята наудачу внутри круга радиуса  $R$ . Найти вероятность того, что эта точка окажется от центра круга на расстоянии  $r$  ( $r < R$ ).
4. В первом ящике 3 белых и 12 черных шаров, во втором ящике 4 белых и 6 черных шаров. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность, что оба шара белые.
5. 30 % деталей поступают на сборку с первого станка, 30 % - со второго, 40 % - с третьего. Первый станок дает в среднем 0,2 % брака, второй- 0,3 %, третий – 0,1 %. Найти вероятность того, что поступившая на сборку деталь окажется бракованной.

#### **2. 2. Модуль 2. Повторные независимые испытания.**

##### **2. 2. 1. Содержание модуля.**

Тема 1. Повторные независимые испытания

Последовательность независимых испытаний, схема Бернулли. Предельные теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона.

##### **2. 2. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решения примеров № 946, 948, 956 из [4].

##### **2. 2. 3. Вопросы для самоконтроля.**

1. Напишите формулу Бернулли.
2. Как найти наиболее вероятное число наступлений события при повторных испытаниях?
2. Напишите формулу Бернулли.
3. Сформулируйте локальную и интегральную теоремы Лапласа.
4. Сформулируйте теорему Пуассона.

##### **2. 2. 4. Задания для самостоятельной работы.**

1. Вероятность того, что деталь прошла проверку ОТК равна 0,8. Найти вероятность того, что среди пяти случайно отобранных деталей проверенных окажется не менее четырех деталей.

2. Семья предполагает иметь 5 детей. Какова вероятность того, что будет три девочки и два мальчика, если рождение девочки и мальчика равновероятны?

3. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена 75 раз.

4. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Найти вероятность того, что среди 100 новорожденных окажется 50 мальчиков.

5. Вероятность того, что зерно заражено вредителями, равна 0,002. Найти вероятность того, что зерно заражено вредителями, равна 0,002. Найти

6. Вероятность появления случайного события в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна 0,8. Найти вероятность того, что событие появится не менее 75 раз и не более 90 раз.

7. Всхожесть семян пшеницы составляет 90 %. Найти вероятность того, что из 500 посеянных семян взойдут от 400 до 440 семян.

8. Вероятность появления случайного события в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна 0,8. Найти вероятность того, что событие появится не менее 75 раз.

**2. 3. Модуль 3. Случайные величины и их числовые характеристики.**

**2. 3. 1. Содержание модуля.**

Тема 1. Дискретные случайные величины.

Ряд распределения. Функция распределения, ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины.

Тема 2. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотности распределения, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.

**2. 3. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решение примеров № 959, 963, 965, 966 из [4].

**2. 3. 3. Вопросы для самоконтроля.**

1. Какие случайные величины называются дискретными? Приведите примеры.

2. Что называется законом распределения дискретной случайной величины?

3. Как задается закон распределения дискретной случайной величины?

4. Что называется математическим ожиданием дискретной случайной величины? Как его вычислить?

5. Что называется дисперсией дискретной случайной величины? Как ее вычислить?

6. Что называется средним квадратическим отклонением дискретной случайной величины? Как его вычислить?

7. Какие случайные величины называются непрерывными? Приведите примеры.

8. Дайте определения: интегральной функции распределения; дифференциальной функции распределения. Перечислите свойства этих функций.

9. Как вычисляются математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины?

### 2. 3. 4. Задания для самостоятельной работы.

1. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:

$X$	6,5	7,2	8,4	9,1
$P$	0,2	0,3	0,4	0,1

Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднее квадратическое отклонение.

2. Дана функция распределения непрерывной случайной величины  $X$ :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \sin 2x & \text{при } 0 < x \leq \pi/4, \\ 1 & \text{при } x > \pi/4 \end{cases}$$

Найти плотность распределения  $f(x)$ .

3. Дана плотность распределения непрерывной случайной величины  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \cos x & \text{при } 0 < x \leq \pi/2, \\ 0 & \text{при } x > \pi/2 \end{cases}$$

Найти функцию распределения  $F(x)$ .

4. Случайная величина  $X$  задана плотностью распределения  $f(x) = 2x$  в интервале  $(0; 1)$ ; вне этого интервала  $f(x) = 0$ . Найти математическое ожидание величины  $X$ .

### 2. 4. Модуль 4. Законы распределения случайных величин.

#### 2. 4. 1. Содержание модуля.

Тема 1. Биномиальное и нормальное распределения. Закон больших чисел.

#### 2. 4. 2. Методические указания по его изучению.

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решение примеров № 241, 295 из [4].

#### 2. 4. 3. Вопросы для самоконтроля.

1. Напишите дифференциальную функцию для нормального закона распределения.

2. Напишите формулу для определения вероятности попадания значений нормально распределенной случайной величины в заданный интервал.

3. Сформулируйте правило «трех сигм».

4. Назовите сущность закона больших чисел.

5. Напишите неравенство Чебышева.

6. Сформулируйте теорему Чебышева.

7. Сформулируйте теорему Бернулли.

#### 2. 4. 4. Задания для самостоятельной работы.

1. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения



$X$	0,1	0,4	0,6
$P$	0,2	0,3	0,5

Оценить вероятность того, что  $|X - M(X)| < \sqrt{0,4}$ .

2. За один рейс автомашина перевозит груз массой в среднем 5 т. Фактическая масса в каждом рейсе отклоняется от среднего и характеризуется средним квадратическим отклонением 0,3 т. Определить: 1) вероятность того, что за 64 рейса будет перевезено не менее 316,4 т груза; 2) величину, которую не превзойдет масса перевезенного груза за 64 рейса с вероятностью 0.96.

**2. 5. Модуль 5. Основные понятия математической статистики.**

**2. 5. 1. Содержание модуля.**

Тема 1. Выборочный метод.

Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия.

**2. 5. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решенные примеры № 446, 448, 453 из [4].

**2. 5. 3. Вопросы для самоконтроля.**

1. Что понимается под генеральной совокупностью?
2. Что такое выборка? Как обеспечивается ее представительность?
3. Что такое частота появления варианта в выборке?
4. Как получают относительную частоту варианты в выборке?
5. Как получают вариационный ряд распределения?
6. Как строится многоугольник распределения относительных частот?
7. Как построить гистограмму распределения плотности относительных частот?

**2. 5. 4. Задания для самостоятельной работы.**

1. Составить вариационный ряд и построить многоугольник распределения относительных частот по следующей выборке:

1; 1; 2; 3; 3; 6; 3; 5; 1; 8; 2; 5; 5; 2; 2; 8; 3; 1; 1; 1.

Диапазон значений случайной величины разбить на 5 интервалов.

**2. 6. Модуль 6. Статистические оценки параметров распределения.**

**2. 6. 1. Содержание модуля.**

Тема 1. Статистические оценки параметров распределения.

Статистические оценки генеральной средней и доли. Погрешность оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Определение дополнительного объема выборки.

Тема 2. Линейная и нелинейная корреляции.

Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии, их свойства. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их свойства и оценки. Определение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов. Определение параметров нелинейных уравнений регрессии методом наименьших квадратов непосредственно и с помощью линеаризующих замен перемен-

ных. Оценка параметров многомерных линейных функций регрессии. Совокупный и частный коэффициенты множественной корреляции, свойства и оценки.

### **2. 6. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решение примеров № 453, 462, 468, 535, 537 из [4].

### **2. 6. 3. Вопросы для самоконтроля.**

1. Как вычисляется средняя арифметическая выборки при малом и больших ее объемах?
2. Как вычисляется дисперсия выборки в случаях малого и большого ее объемов?
3. Какая величина принимается за среднюю генеральной совокупности, а какая – за дисперсию?
4. Что понимается под доверительным интервалом и доверительной вероятностью?
5. Как вычисляется среднее квадратическое отклонение средней выборки?
6. Какова вероятность попадания генеральной средней в интервал размером  $\pm 2 (\pm 3)$  средних квадратических отклонений средней выборки при нормальном распределении?
7. Дайте определение корреляционной зависимости.
8. Какая корреляционная зависимость называется линейной?
9. Дайте определение выборочного коэффициента корреляции и перечислите его свойства.
10. Запишите выборочные уравнения прямых регрессий.
11. В чем суть метода наименьших квадратов для определения параметров линии регрессии?
12. В каком случае корреляцию называют криволинейной?

### **2. 6. 4. Задания для самостоятельной работы.**

1. Даны выборочные варианты  $x_i$  и соответствующие им частоты  $n_i$  нормально распределенного признака  $X$ :

$x_i$	20	30	40	50	60	70	80
$n_i$	4	11	25	30	15	10	5

Найти. 1) выборочную среднюю  $\bar{x}$  и исправленное среднее квадратическое отклонение  $s$  методом произведений; 2) доверительный интервал, покрывающий с надежностью 0,95 неизвестное математическое ожидание  $a$  признака  $X$ ;

3) доверительный интервал, покрывающий с надежностью 0,95 неизвестное среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  признака  $X$ .

2. Вычислить выборочный коэффициент корреляции и найти выборочное уравнение прямой регрессии  $Y$  на  $X$ . Данные взять из следующей таблицы.

$X$	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115
$Y$	14	18	19	20	23	23	24	26	29	34

3. Вычислить выборочный коэффициент корреляции двух случайных величин  $X$  и  $Y$  и найти выборочное уравнение прямой регрессии  $Y$  на  $X$ . Данные взять из таблицы.

$x$	28	27	28	28	29	28	32	30	28	29
$y$	29	29	28	28	29	28	32	30	28	29

## Оглавление

Раздел 1. Общих методические указания по изучению дисциплины.	3
1. 1. Цели и задачи дисциплины .....	3
1. 2. Библиографический список .....	4
1. 3. Распределение учебного времени по модулям (разделам) и темам дисциплины .....	5
Раздел 2. Содержание учебных модулей дисциплины и методические указания по их изучению.....	5