

Документ подписан в электронной форме
Информация о владельце:
ФИО: Кудрявцев Максим Геннадьевич
Должность: Проректор по образовательной деятельности
Дата подписания: 10.06.2026 13:08:12
Уникальный программный ключ:
790a1a8df2525774121afcf15f9645370e907bfb0

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ МИНИСТЕРСТВА СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ НАРОДНОГО
ХОЗЯЙСТВА ИМЕНИ В.И. ВЕРНАДСКОГО»**
(Университет Вернадского)
Кафедра Технологического развития систем жизнеобеспечения
сельских территорий

Принято Ученым советом
Университета Вернадского
«26» марта 2026 г. протокол № 8



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности
Кудрявцев М.Г.

ПЛАНИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Студентам 1 курса направления подготовки магистров
профиля: 35.04.06 – «Агроинженерия»,

Профиль «Цифровая трансформация технических систем »

Составитель: д. т. н., профессор кафедры ЭиТСМ Махмутов М.М.

УДК 62 (075.8)

Планирование и анализ эксперимента: Методические указания по изучению дисциплины и задания для практических занятий / Ун-т Вернадского; Сост. М.М. Махмутов. М., 2026. – 15 с.

Предназначены для студентов 1 курса направления подготовки магистров: 35.04.06 «Агроинженерия».

Утверждены методической комиссией факультета ЭиТС Университета Вернадского

Рецензенты: к.т.н., доцент А.С. Сметнев, д.т.н., профессор П.И. Гаджиев (Университет Вернадского),

Раздел 1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Планирование и анализ эксперимента» относится по выбору студентов вариативной части общенаучного цикла М.1.В.В. 02.

Методические указания по данной дисциплине составлены в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС 3+) третьего поколения по направлению 20.04.02 – «Прирообустройство и водопользование» утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 марта 2015 г. № 296 и по направлению 35.04.05 – «Агроинженерия» утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 сентября 2015 г. № 1047.

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом, которая состоит из следующих элементов: изучение материала по учебникам и электронному учебно-методическому комплексу по планированию и анализу эксперимента, ответы на вопросы для самопроверки, выполнение контрольной работы.

1.1. Цели и задачи дисциплины

Целью изучения дисциплины «Планирование полнофакторного эксперимента» является формирование у студентов знаний по процедуре выбора числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с требуемой точностью. Основными задачами изучения дисциплины являются приобретение студентами знаний и навыков, необходимых для самостоятельной творческой работы.

Для этого необходимо решить следующие задачи:

1. Развития методики планирования эксперимента;
2. Классификация методов планирования и анализа эксперимента;
3. Иерархия задач по планированию и анализу эксперимента;
4. Описание задач по планированию и анализу эксперимента;
5. Разработка матрицы планирования эксперимента;
6. Анализ эксперимента;
7. Решение задачи;
8. Алгоритм решения задачи.

В результате изучения дисциплины студент должен

• **знать:**

- основные сведения о планировании и анализе эксперимента;
- методы разработки эксперимента;
- способы выявления и разрешения эксперимента;
- теоретические основы анализа эксперимента;

- **уметь:**
 - решать задачи по планированию эксперимента;
 - разрабатывать матрицы планирования эксперимента;
 - формулировать, анализировать и решать задачи по планированию эксперимента

1.2. Распределение учебного времени по модулям и темам дисциплины» (час.)

Таблица 1

Наименование модулей и тем дисциплины	Все го, ч	в том числе:		
		лек- ции	прак- тиче- ские заня- тия	само- стоя- тель- ная работа
1	2	3	4	5
Модуль 1. Математическое планирование эксперимента в научных исследованиях	37	2	5	30
1.1. Основные понятия и определения	6	1		5
1.1. Представление результатов экспериментов	6		1	5
1.3. Факторы и их требования	6		1	5
1.4. Требования к откликам	6		1	5
1.5. Выбор математической модели	7	1	1	5
1.6. Свойства поверхности отклика	6		1	5
Модуль 2. Планы первого порядка	35	2	5	28
2.1. Основные понятия и определения	5		1	4
2.2. Уровни варьирования факторов	6	1	1	4
2.3. Полный факторный эксперимент (ПФЭ)	6	1		5
2.4. Построение матриц ПФЭ	6		1	5
2.5. Постановка ПФЭ	6		1	5
2.6. Обработка результатов ПФЭ	6		1	5
Итого:	72	2	10	58

1.3. Библиографический список

Основной

1. Короткова Е.И. Практикум по планированию экспериментов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2003.- 97 с.
2. Красовский Г.И., Филаретов Г.Ф. Планирование эксперимента. – Минск: Изд-во БГУ им. В.И. Ленина, 1982.- 302 с.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Изд. 4-ое, доп. Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Изд-во Высшая школа, 1972. – 308 с.

Дополнительный

1. Рогов, В. А. Методика и практика технических экспериментов : учебное пособие для вузов / В. А. Рогов, Г. Г. Позняк. – М.: Академия, 2005. – 283 с.
2. Современный эксперимент : подготовка, проведение, анализ результатов : учебник для вузов / В. Г. Блохин, О. П. Глудких, А. И. Гуров, Н. А. Ханин ; под ред. О. П. Глудких. – М. : Радио и связь, 1997.

Интернет ресурсы

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1	http://wvAV.iqlib.ru	Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам, отдельным темам и отраслям знания
2	Электронная библиотека Издательского дома	содержит статьи по маркетингу, менеджменту, финансам, управлению персоналом, опубликованные в специализированных журналах издательства за последние 10 лет.
3	Консультант +	Справочно-правовая система. Содержит законодательную базу, нормативно-правовое обеспечение, статьи.
4	Электронная библиотечная система	Предназначена для использования в процессе обучения в высшей школе, как студентами и преподавателями

Раздел 2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНЫХ МОДУЛЕЙ ДИСЦИПЛИНЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ ИЗУЧЕНИЮ

Модуль 1. Математическое планирование эксперимента в научных исследованиях

2.1.1 Содержание модуля

Планирование эксперимента. Активный и пассивный эксперимент. Управляемые и неуправляемые входные факторы. Параметры оптимизации. Факторы и их требования. Управляемость. Однозначность. Статистическая независимость. Совместимость. Классификация факторов. Требования к откликам. Виды откликов. Выбор математической модели. Планы первого порядка. Уровни варьирования факторов. Матрица планирования эксперимента.

2.1.2. Методические указания по его изучению

Важно уяснить, что эксперимент является основным и наиболее совершенным методом познания. Он может быть активным и пассивным. Осуществление пассивного эксперимента не зависит от экспериментатора, и ему приходится довольствоваться лишь ролью наблюдателя. Основной вид эксперимента – активный, проводится в контролируемых и управляемых условиях.

Все факторы, влияющие на исследуемые параметры объекта, предусмотреть, как правило, не удастся. Так, в сложных системах, зависящих от множества факторов, некоторые воздействия не могут контролироваться или управляться. Воздействие этих факторов рассматриваются как белый шум, наложенный на истинные результаты эксперимента. Чтобы отделить факторы, интересующие экспериментатора, от шумового фона, применяются специальные методы, называемые рандомизацией эксперимента. Проведение активного эксперимента зачастую требует больших материальных затрат. Поэтому важной задачей является получение необходимых сведений при минимальном числе опытов

2.1.3. Вопросы для самоконтроля

1. По способу организации какие различают эксперименты?
2. Назовите характерные черты планирования эксперимента?
3. В чем сущность планирования эксперимента? Поясните разницу между активным и пассивным экспериментом.
4. Какие задачи решает теория планирования эксперимента?

5. Что такое факторы оптимизации и какие требования к ним предъявляются?
6. Как выбрать уровни варьирования факторов?
7. Какие требования предъявляются к параметрам оптимизации?
8. Что понимают под понятием «черного ящика»?
9. Что означает совместимость факторов?
10. Какие требования предъявляются к откликам?

2.1.4. Примеры тестовых заданий для самостоятельной работы

1. Какие различают эксперименты по способу организации?

1. Пассивный и активный;
2. Активный и основной;
3. Пассивный и вспомогательный

2. При каком эксперименте объект исследования наблюдают, результаты регистрируют и обрабатывают?

1. Основном;
2. Пассивном;
3. Активном;
4. Вспомогательном

3. При каком эксперименте варьируемые факторы целенаправленно изменяют?

1. Основном;
2. Пассивном;
3. Активном;
4. Вспомогательном

4. Процедура выбора числа опытов и условий проведения, необходимых и достаточных для решения задачи с требуемой точностью называется

1. Постановкой задачи;
2. Условием проведения;
3. Экспериментальной установкой;
4. Планированием эксперимента

5. Эксперимент, который ставится для решения задач оптимизации (поиска экстремума некоторой функции), называется

1. Завершенным;
2. Первоначальным;
3. Промежуточным;
4. Функциональным;
5. Экстремальным

6. Какую задачу решает эксперимент, в результате которого устанавливается связь между откликом и действующими на него факторами?

1. Построение математической модели;
2. Оптимизации;
3. Устранения помех

7. Каким кибернетическим понятием удобно пользоваться для описания объекта исследования?

1. Неизвестность
2. Черный ящик
3. ЭВМ

8. Как называются управляемые входные параметры?

1. Откликом;
2. Помехами;
3. Факторами
4. Уровнями

9. Как называются неуправляемые входные параметры?

1. Откликом;
2. Уровнями;
3. Факторами
4. Помехами

10. Как называются выходные параметры эксперимента?

1. Опытом;
2. Помехами;
3. Факторами
4. Уровнями;
5. Откликом

11. Как называются выходные параметры в задачах экспериментальной оптимизации эксперимента?

1. Параметром оптимизации;
2. Помехами;
3. Факторами
4. Уровнями;
5. Откликом

12. Как называются конкретные значения факторов?

1. Опытом;
2. Уровнями;
3. Факторами
4. Помехами;
5. Откликом

МОДУЛЬ 2. ПЛАНЫ ПЕРВОГО ПОРЯДКА ПОЛНОГО ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

2.2.1. Содержание модуля

Основные понятия и определения. Планы первого порядка. Этап неформализованных решений. Уровни варьирования факторов: верхний, нижний, центральный. Кодированное и натуральное значения фактора. Область варьирования факторов. Область оптимальных значений факторов. Полный факторный эксперимент (ПФЭ). Построение матриц ПФЭ. Степень влияния фактора. Управляемые и неуправляемые факторы. Постановка ПФЭ. Рандомизация факторов. Обработка результатов ПФЭ. Проверка однородности дисперсии в опытах. Дисперсия в параллельных опытах. Критерий Кохрена, Фишера.

2.2.2. Методические указания по его изучению

Важно уяснить, что планами первого порядка называют схемы опытов, с помощью которых получают математическое описание локальных участков поверхности отклика в виде полинома первого порядка или неполного многочлена второго порядка. Такие планы используют в качестве первого приближения, полагая, что кривизна поверхности в рассматриваемом диапазоне факторов невелика.

Расстояние на координатной оси между верхним (или нижним) и нулевым уровнями называется интервалом варьирования уровнями. Для упрощенной записи условий и обработки результатов эксперимента масштабы по осям часто выбирают так, чтобы верхний уровень соответствовал +1, нижний -1, а основной 0. Такие уровни называются кодированными.

С ростом числа факторов возникает необходимость в приемах построения матриц. Обычно используется прием, основанный на правиле чередования знаков. На исследуемый процесс действуют как управляемый и неуправляемый факторы (помехи). С целью сведения их к минимуму, порядок опытов рандомизируют, т.е. опыты проводят не в том порядке, в котором стоят они в матрице планирования экспериментов, а в случайном.

2.3.2. Вопросы для самоконтроля

1. В чем сущность ПФЭ и какие ММ он позволяет исследовать?
2. Какую область описывает уравнение регрессии, полученное с помощью ПФЭ и в каких границах его можно использовать?
3. Что такое взаимодействие факторов и сколько их в ПФЭ?
4. В чем сущность и цели стандартизации масштаба факторов?
5. Как составляется и какими свойствами обладает МП ПФЭ?
6. Каков порядок постановки опытов при ПФЭ?
7. Как проверить воспроизводимость опытов?
8. Как рассчитать оценки коэффициентов регрессионного уравнения?
9. Как проверить статистическую значимость оценок коэффициентов регрессии?
10. Как проверить адекватность полученной ММ?
11. Как перейти к исходным физическим переменным?

2.4.2. Примеры тестовых заданий для самостоятельной работы

1. Зависимость отклика от варьируемых факторов называется

1. Моделью;
2. Откликом;
3. Факторами
4. Помехами;

2. Какой уровень факторов соответствует максимальному значению.

1. Второй;
2. Первый;
3. Верхний;
4. Нижний

3. Как отмечается верхний уровень варьирования факторов в кодированном значении?

1. -1;
2. 0;
3. +1
4. В;
5. Н

4. Переход от натуральных значений к кодированным производится по формуле:

$$1. X_j = \frac{(\bar{X}_j - \bar{X}_{j_0})}{\Delta \bar{X}_j},$$

$$2. \bar{X}_j = \bar{X}_{j_0} + X_j \cdot \Delta \bar{X}_j$$

$$3. \bar{X}_{j_0} = \frac{(\bar{X}_{j_{max}} + \bar{X}_{j_{min}})}{2};$$

5. Сколько возможны комбинации для двухфакторного полного эксперимента

1. Два;
2. Четыре;
3. Три;
4. Пять

6. На каком уровне в первом опыте факторы должны находиться?

1. Верхнем;
2. Среднем;
3. Нулевом
4. Нижнем

7. Сколько нужно минимальное количество опытов для вычисления коэффициентов в двухфакторном эксперименте? 1. одно; 2. пять; 3. два; 4. четыре; 5. три

8. Как называется проверка, на соответствие полученного уравнения результатам опыта?

1. адекватности уравнения регрессии.
2. соответствие уравнения регрессии.
3. совместимости уравнения регрессии.

9. С целью сведения помех к минимуму необходимо

1. Минимизировать количество опытов;
2. Рандомизировать порядок опытов;
3. Увеличить количество коэффициентов

10. Члены уравнения, имеющие незначимые коэффициенты

1. Остаются;
2. Определяются
3. Исключаются;

11. Проверка однородности дисперсии в опытах и определение дисперсии отклика начинается после

1. проверки адекватности модели;
2. определения коэффициентов уравнения регрессии;
3. проверки значимости коэффициентов уравнения регрессии;
4. окончания эксперимента;
5. проверки однородности дисперсии в опытах и определения дисперсии отклика.

Раздел 3. ВЫПОЛНЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

№ п/п	№ модуля (раздела) дисциплины	Тематика практических занятий	Трудоемкость (час.)
1.	Модуль 1.	Математическое планирование эксперимента в научных исследованиях	5
2.	Модуль 2	Планы первого порядка	5

3.1. Практическое занятие 1. Математическое планирование эксперимента в научных исследованиях

3.1.1. Краткие сведения из теории

Планирование эксперимента - это процедура выбора числа опытов и условий их проведения, необходимых и достаточных для решения задачи с требуемой точностью. Эксперимент, который ставится для решения задач оптимизации (поиска экстремума некоторой функции), называется экстремальным. Эксперимент, в результате которого устанавливается связь между откликом и действующими на него факторами, решает интерполяционную задачу, т.е. построение математической модели. Для описания объекта исследования удобно пользоваться кибернетическим понятием "черного ящи-

ка". Под ним понимают объект, имеющий входы и выходы. Сущность происходящего в нем неизвестна. Исследователь может лишь наблюдать входные и выходные параметры.

Управляемые входные параметры называются факторами, а неуправляемые - помехами, имеющими нормальный закон распределения. Выходные параметры называются целевой функцией или откликом, а в задачах экспериментальной оптимизации – параметром оптимизации. Каждый фактор может принимать в опыте одно или несколько значений, называемых уровнями. Фиксированный набор уровней факторов определяет условия одного из опытов. Эксперимент, в процессе которого исследователь может устанавливать факторы на требуемых уровнях, называется активным. В задачах экстремальной оптимизацией отклик должен быть один. Прочие характеристики (параметры) исследуемого объекта служат ограничениями. В интерполяционных задачах откликов может быть несколько: экономические (прибыль, рентабельность), техническими (производительность, надежность), технологическими (выход продукта) и т.д.

3.1.2. Порядок выполнения практического занятия

1. Ознакомиться с основными понятиями теории планирования эксперимента
2. Изучить виды факторов и к ним требования
3. Выполнить отчет по выбору математической модели

3.2. Практическое занятие 2. Планы первого порядка

3.2.1. Краткие сведения из теории

Планами первого порядка называют схемы опытов, с помощью которых получают математическое описание локальных участков поверхности отклика в виде полинома первого порядка или неполного многочлена второго порядка. Такие планы используют в качестве первого приближения, полагая, что кривизна поверхности в рассматриваемом диапазоне факторов невелика.

Различают следующие уровни факторов.

1. Верхний – соответствует максимальному значению.
2. Нижний – соответствует минимальному значению.
3. Нулевой расположен в середине между верхним и нижним уровнями факторов на координатной оси.

Расстояние на координатной оси между верхним (или нижним) и нулевым уровнями называется интервалом варьирования уровнями. Для упрощенной записи условий и обработки результатов эксперимента масштабы по осям часто выбирают так, чтобы верхний уровень соответствовал

+1, нижний -1, а основной 0. Такие уровни называются кодированными. Переход от натуральных значений к кодированным производится по формуле:

$$X_j = \frac{(\bar{X}_j - \bar{X}_{j_0})}{\Delta \bar{X}_j}, \quad (1)$$

X_j - кодированное значение j -того фактора, \bar{X}_j - натуральное значение j -того фактора (текущее значение фактора в натуральных измерениях), \bar{X}_{j_0} - натуральное значение основного (нулевого) уровня j -того фактора, $\Delta \bar{X}_j$ - интервал варьирования натурального значения j -того фактора.

Обратный переход от кодированных значений фактора к натуральным производится по формуле:

$$\bar{X}_j = \bar{X}_{j_0} + X_j \cdot \Delta \bar{X}_j \quad (2)$$

Уровни и интервалы варьирования связаны следующими соотношениями:

$$\bar{X}_{j_0} = \frac{(\bar{X}_{j_{max}} + \bar{X}_{j_{min}})}{2}; \quad (3)$$

$$\Delta \bar{X}_j = \bar{X}_{j_{max}} - \bar{X}_{j_0} = \bar{X}_{j_0} - \bar{X}_{j_{min}}; \quad (4)$$

$$\bar{X}_{j(+1)} = \bar{X}_{j_{max}} = \bar{X}_{j_0} + \Delta \bar{X}_j; \quad (5)$$

$$\bar{X}_{j(-1)} = \bar{X}_{j_{min}} = \bar{X}_{j_0} - \Delta \bar{X}_j. \quad (6)$$

В двухфакторных планах качественные факторы имеют два уровня +1 и -1.

3.2.2. Порядок выполнения практического занятия

1. Изучить уровни варьирования факторов
2. Разработать полный факторный эксперимент
3. Выполнить обработка результатов полного факторного эксперимента

Пример выполнения практического задания. В 2011-2012 гг. в Лодейнопольском мехлесхозе проводились сравнительные испытания трелевочных тракторов: серийного ТДТ-55А и нового ТЛТ-100. Тракторы, оснащенные канаточокерным оборудованием, трелевали лес с двух участков поочередно. На участке №1 повал деревьев производился машиной ЛП-19, на участке №2 – малой комплексной бригадой с использованием бензопилы. Назовем условно организацию работы на участке №1 машинной технологией, на участке №2 – ручной технологией [5]. Было установлено, что как машинная технология, так и новый трактор позволяют увеличить производительность груды. Для того, чтобы оценить вклад технологии и трактора отдельно, был спланирован двухфакторный эксперимент 2^2 .

Оба фактора – тип трактора и технология – качественные. Обозначим их X_1 – тип трактора, X_2 – технология. Принимаем следующие уровни факторов: $X_1=+1$ для ТЛТ-100, $X_1=-1$ для ТДТ-55А, $X_2=+1$ для машинной технологии, $X_2=-1$ для ручной технологии. Матрица планирования эксперимента и результаты опытов приведены в таблице 2.5.

Таблица 2.5

№ опыта	План			Сменная производ-ть, (результаты параллельных опытов)					\bar{y}
	X_1	X_2	$X_1 X_2$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	
1									
1									
2									
3									
4									

Первые 4 столбца таблицы 2.5 пояснений не требуют. В 5...9 столбцах приведены результаты параллельных опытов по определению сменной производительности, в 10 столбце – средние значения производительности за 5 контрольных смен. Проводим статистическую обработку результатов. Вначале проверяем однородность дисперсий (они рассчитывались по формуле 2.7). Дисперсии равны: $S_1^2 = 53,4$; $S_2^2 = 43,2$; $S_3^2 = 23,7$; $S_4^2 = 89,2$.

Гипотезу однородности дисперсий проверяем при уровне значимости 0,05 и числах степеней свободы $f_1=n-1=4$, $F_2=N=4$.

$$G_p = \frac{S_{\max}^2}{\sum S_i^2} = \frac{89,2}{209,5} = 0,425 < G_r = 0,629.$$

Так как расчетное значение критерия Кохрена не превышает табличного, гипотеза об однородности дисперсий принимается.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Раздел 1. Общие методические указания по изучению дисциплины	3
1.1. Цели и задачи дисциплины	3
1.2. Распределение учебного времени по модулям (разделам) и темам дисциплины	4
1.3. Библиографический список	4
Раздел 2. Содержание учебных модулей дисциплины и методические указания по их изучению.....	6
Модуль 1. Математическое планирование эксперимента в научных исследованиях	
2.1.1. Содержание модуля.....	6
2.1.2. Методические указания по его изучению	6
2.1.3. Вопросы для самоконтроля.....	6
2.1.4. Примеры тестовых заданий для самоконтроля.....	7
Модуль 2. Планы первого порядка полного факторного эксперимента	
2.2.1. Содержание модуля.....	8
2.2.2. Содержание модуля.....	8
2.2.3. Содержание модуля.....	8
2.2.4. Примеры тестовых заданий для самостоятельной работы.....	10
Раздел 3. Выполнение практических занятий.....	11