

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Кудрявцев М.Г.  
Должность: Проректор по образовательной деятельности  
Дата подписания: 01.09.2024  
Уникальный программный ключ:  
790a1a8df2525774421adc1fc96453f0e902bfb0

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МИНИСТЕРСТВА СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
**«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
ИМЕНИ В.И. ВЕРНАДСКОГО»**  
(Университет Вернадского)

Кафедра Цифровых систем и инженерных технологий

Принято Ученым советом  
Университета Вернадского  
«26» сентября 2024 г. протокол №2



## Рабочая программа дисциплины

### Теория графов

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) программы Прикладная математика и информатика

Квалификация Магистр

Форма обучения **очная**

Балашиха 2024

Рабочая программа разработана в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование

Рабочая программа дисциплины разработана *доцентом кафедры цифровых систем и инженерных технологий, к.т.н. Рамазановой Г.Г.*

Рецензент: *доцент кафедры цифровых систем и инженерных технологий, к.э.н. Сидоров А.В.*

# 1. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными в ОПОП ВО индикаторами достижения компетенций

## 1.1 Перечень компетенций, формируемых учебной дисциплиной

| Код и наименование компетенции  | Индикаторы достижения компетенций<br>Планируемые результаты обучения   |
|---|--|
| <b>Профессиональные компетенции</b>   |  |
| ПК-1 Способен применять знания теоретической информатики, фундаментальной и прикладной математики для анализа и синтеза информационных систем и процессов | Знать: теоретическую информатику, фундаментальную и прикладную математику для анализа и синтеза информационных систем и процессов<br>Уметь: Самостоятельно определяет тематику, цели, содержание, формы, методы и средства, ожидаемые результаты деятельности обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями<br>Владеть: способностью оценивать результаты анализа и синтеза информационных систем и процессов на всех этапах |

## 2. Цели и задачи освоения учебной дисциплины, место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Теория графов» относится к части формируемой участниками образовательных отношений основной профессиональной образовательной программы высшего образования 44.04.01 Педагогическое образование, профиль «Прикладная математика и информатика».

**Целями изучения дисциплины «Теория графов» является:**

- ознакомление с основными понятиями и методами математической логики и теории алгоритмов, с ориентацией на их использование в практической информатике и вычислительной технике;

- формирование систематизированных знаний в области математической логики и теории алгоритмов, представлений о проблемах оснований математики и роли математической логики и теории алгоритмов в их решении;

- развитие логического мышления, логической культуры.

Задачи освоения дисциплины: изучение основных логических исчислений, основ теории алгоритмов и сложности вычислений. После освоения курса студенты должны приобрести навыки и компетенции по формализации на строгом математическом языке знаний, относящихся к различным предметным областям, возникающих в этих областях проблем и задач; овладеть методами построения дискретных моделей предметных областей.

## 3. Объем учебной дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий, текущий и промежуточный контроль по дисциплине) и на самостоятельную работу обучающихся

| Вид учебной работы                             | 3 семестр    |
|--|--------------|
| Общая трудоемкость дисциплины, зачетных единиц | 3            |
| <b>часов</b>                                   | <b>108</b>   |
| <b>Аудиторная (контактная) работа, часов</b>   | <b>28,25</b> |
| в т.ч. занятия лекционного типа                | 14           |

|  |              |
|--|--------------|
| занятия семинарского типа                        | 14           |
| промежуточная аттестация                         | 0,25         |
| <b>Самостоятельная работа обучающихся, часов</b> | <b>75,75</b> |
| Вид промежуточной аттестации                     | зачёт        |

#### 4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1 Перечень разделов дисциплины с указанием трудоемкости аудиторной (контактной) и самостоятельной работы, видов контролей и перечня компетенций

| Наименование разделов и тем   | Трудоемкость, часов |                                |                        | Код компетенции |
|---|---------------------|--------------------------------|------------------------|-----------------|
|   | всего               | в том числе                    |                        |                 |
|   |                     | аудиторной (контактной) работы | самостоятельной работы |                 |
| <b>Раздел 1.</b> Теория графов. Основные понятия. Деревья. Оптимизационные задачи на графах.  | <b>49</b>           | 14                             | 35                     | ПК-1            |
| <b>Раздел 2.</b> Оптимизационные задачи на графах (продолжение). Матричные методы анализа графов. Задача о раскраске графа. Геометрическая реализация графов. | <b>55</b>           | 14,25                          | 40,75                  |                 |
| <b>Итого за семестр</b>   | <b>104</b>          | 28,25                          | 75,75                  |                 |
| <b>Промежуточная аттестация</b>   | 4                   | 0,25                           | -                      |                 |
| <b>ИТОГО по дисциплине</b>  | <b>108</b>          | <b>28,25</b>                   | <b>75,75</b>           |                 |

## 2. Содержание дисциплины по разделам

### Раздел 1. Теория графов. Основные понятия. Деревья. Оптимизационные задачи на графах.

#### Перечень учебных элементов раздела:

Определение графа. Место и роль теории графов в математике. Матрица смежности, степень вершины. Подграф и часть графа. Звезда вершины графа. Полный граф. Максимальный и минимальный (относительно некоторого свойства) подграф. Изоморфизм графов. Неориентированные графы. Путь, цепь, простая цепь, цикл. Связанные вершины. Связный граф. Компоненты связности. Длина пути. Расстояние между вершинами в связном графе. Аксиомы метрики (расстояния). Эйлеровы графы. Задача о гамильтоновом обходе (задача коммивояжера). Ориентированные графы (орграфы). Ориентированный путь, ориентированный цикл. Достижимость. Виды связности. Деревья. Свойства. Каркасы: алгоритм нахождения. Кратчайший каркас графа. Алгоритм Прима. Пространство циклов, разрезов. Взвешенные (нагруженные) графы. Задача о кратчайшем пути в неориентированном графе без весов. Ранжирование вершин. Задача о кратчайшем пути в взвешенном графе. Алгоритм Дейкстры.

### Раздел 2. Оптимизационные задачи на графах (продолжение). Матричные методы анализа графов. Задача о раскраске графа. Геометрическая реализация графов.

#### Перечень учебных элементов раздела:

Сетевое планирование. Потоки в сетях Сетевой график. Задача поиска максимальных путей в графе. Понятия раннего срока и позднего срока. Критический путь. Виды резерва: полный резерв, свободный резерв, независимый резерв. Потоки в сетях. Понятие потока, величина потока. Закон Кирхгофа. Увеличивающаяся цепь. Алгоритм

поиска увеличивающей цепи. Разрезы. Пропускная способность разреза. Матричные методы анализа графов. Степень матрицы смежности графа. Сумма степеней матрицы смежности, достижимость и связность. Транзитивное замыкание. Графы и бинарные отношения. Отношения эквивалентности и отношения порядка в терминах графов. Матричные методы анализа мультиграфов. Двудольные графы. Задача о раскраске графа. Теорема о реализации графов в трехмерном пространстве. Планарные и плоские графы. Формула Эйлера. Теорема Понтрягина-Куратовского.

## 5. Оценочные материалы по дисциплине

Оценочные материалы по дисциплине представлены в виде фонда оценочных средств.

## 6. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 6.1 Перечень учебно-методического обеспечения по дисциплине

| № п/п | Автор, название, место издания, издательство, год издания, количество страниц, режим доступа |
|-------|--|
| 1     | Методические указания по изучению дисциплины   |

### 6.2 Перечень учебных изданий, необходимых для освоения дисциплины

#### Основная литература:

1. Держинский, Р. И. Теория графов : учебное пособие / Р. И. Держинский, Б. А. Крынецкий. — Москва : РТУ МИРЭА, 2022. — 104 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/311000>
2. Сорочан, С. В. Основы теории графов : учебно-методическое пособие / С. В. Сорочан. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2023. — 59 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/344828>
3. Алексеев, В. Е. Теория графов : учебное пособие / В. Е. Алексеев, Д. В. Захарова. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2017. — 119 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/153421>

#### Дополнительная литература:

1. Сорокин, А. Б. Теория графов в машинном обучении : учебное пособие / А. Б. Сорокин, Р. Э. Семенов. — Москва : РТУ МИРЭА, 2023. — 149 с. — ISBN 978-5-7339-1764-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/368642>
2. Теория графов и математическая логика : учебное пособие / А. А. Городов, Л. И. Лыткина, А. М. Попов [и др.]. — Красноярск : СибГУ им. академика М. Ф. Решетнёва, 2023. — 154 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/400460>

### 6.3 Современные профессиональные базы данных, информационные справочные системы и лицензионное программное обеспечение

**Современные профессиональные базы данных, информационные справочные системы, цифровые электронные библиотеки и другие электронные образовательные ресурсы**

1. Договор о подключении к Национальной электронной библиотеке и предоставлении доступа к объектам Национальной электронной библиотеки №101/НЭБ/0502-п от 26.02.2020 5 лет с пролонгацией

2. Соглашение о бесплатном тестовом доступе к Polpred.com. Обзор СМИ 27.04.2016 бессрочно
3. Соглашение о бесплатном тестовом доступе к Polpred.com. Обзор СМИ 02.03.2020 бессрочно
4. Информационно-справочная система «Гарант» – URL: <https://www.garant.ru/> Информационно-справочная система Лицензионный договор № 261709/ОП-2 от 25.06.2021
5. «Консультант Плюс». – URL: <http://www.consultant.ru/> свободный доступ
6. Электронно-библиотечная система AgriLib <http://ebs.rgunh.ru/> (свидетельство о государственной регистрации базы данных №2014620472 от 21.03.2014).

#### **Доступ к электронной информационно-образовательной среде, информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Система дистанционного обучения Moodle [www.portfolio.rgunh.ru](http://www.portfolio.rgunh.ru) (свободно распространяемое)
2. Право использования программ для ЭВМ Mirapolis HCM в составе функциональных блоков и модулей: Виртуальная комната.
3. Инновационная система тестирования – программное обеспечение на платформе 1С (Договор № К/06/03 от 13.06.2017). Бессрочный.
4. Образовательный интернет – портал Университета Вернадского (свидетельство о регистрации средства массовых информации Эл № ФС77-51402 от 19.10.2012).

#### **Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение**

1. OpenOffice – свободный пакет офисных приложений (свободно распространяемое)
2. linuxmint.com <https://linuxmint.com/> (свободно распространяемое)
3. Электронно-библиотечная система AgriLib <http://ebs.rgunh.ru/> (свидетельство о государственной регистрации базы данных №2014620472 от 21.03.2014) собственность университета.
4. Официальная страница ФГБОУ ВО МСХ РФ «Российский государственный университет народного хозяйства имени В.И. Вернадского» <https://vk.com/rgunh.ru> (свободно распространяемое)
5. Портал ФГБОУ ВО МСХ РФ «Российский государственный университет народного хозяйства имени В.И. Вернадского» (свободно распространяемое) <https://zen.yandex.ru/id/5fd0b44cc8ed19418871dc31>
6. Антивирусное программное обеспечение Dr. WEB Desktop Security Suite (Сублицензионный договор №13740 на передачу неисключительных прав на программы для ЭВМ от 01.07.2021).

#### **6.4 Перечень учебных аудиторий, оборудования и технических средств обучения**

|  |   |
|--|---|
| Учебная аудитория для проведения лекционных занятий (поточная). Специализированная мебель, доска меловая, мультимедийное оборудование, проектор, экран настенный   | 143907, Московская область, г. Балашиха, ул. шоссе Энтузиастов, д.50, каб. 129<br>Площадь помещения 118,1 кв.м<br>№ по технической инвентаризации 140, этаж 1 |
| Учебная аудитория для занятий лекционного типа, семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы), для проведения групповых консультаций и индивидуальной работы обучающихся с педагогическими работниками, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.<br>Специализированная мебель, доска меловая.<br>Мультимедийное оборудование, проектор, экран | 143907, Московская область, г. Балашиха, ул. шоссе Энтузиастов, д. 50, каб. 125<br>Площадь помещения 51,6 кв.м<br>№ по технической инвентаризации 136, этаж 1 |

|   |   |
|---|---|
| настенный   |   |
| Помещение для самостоятельной работы. Персональные компьютеры в сборке с выходом в интернет.  | 143907, Московская область, г. Балашиха, ул. шоссе Энтузиастов, д. 50, читальный зал<br>Площадь помещения 497,4 кв. м.<br>№ по технической инвентаризации 177, этаж 1 |
| Помещение для самостоятельной работы. Специализированная мебель, персональные компьютеры в сборке с выходом в интернет.   | 143900, Московская область, г. Балашиха, ул. Юлиуса Фучика д.1, каб. 320<br>Площадь помещения 49,7 кв. м.<br>№ по технической инвентаризации 313, этаж 3              |
| Учебная аудитория для учебных занятий обучающихся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ. Специализированная мебель. Автоматизированное рабочее место для инвалидов-колясочников с коррекционной техникой и индукционной системой ЭлСис 290; Автоматизированное рабочее место для слабовидящих и незрячих пользователей со стационарным видеоувеличителем ЭлСис 29 ON; Автоматизированное рабочее место для слабовидящих и незрячих пользователей с портативным видеоувеличителем ЭлСис 207 CF; Автоматизированное рабочее место для слабовидящих и незрячих пользователей с читающей машиной ЭлСис 207 CN; Аппаратный комплекс с функцией видеоувеличения и чтения для слабовидящих и незрячих пользователей ЭлСис 207 OS. | 143907, Московская область, г. Балашиха, ул. шоссе Энтузиастов, д. 50, каб. 105<br>Площадь помещения 52,8 кв. м.<br>№ по технической инвентаризации 116, этаж 1       |

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МИНИСТЕРСТВА СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
**«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
ИМЕНИ В.И. ВЕРНАДСКОГО»**  
(Университет Вернадского)

Кафедра Цифровых систем и инженерных технологий

**Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной  
аттестации обучающихся по дисциплине**

## **Теория графов**

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) программы Прикладная математика и информатика

Квалификация Магистр

Форма обучения **очная**

Балашиха 2024 г.

## 1. Описание показателей и критериев оценивания планируемых результатов обучения по учебной дисциплине

| Компетенций   | Индикатор сформированности компетенций  | Уровень освоения                     | Планируемые результаты обучения   |
|---|---|--------------------------------------|---|
| ПК-1 Способен применять знания теоретической информатики, фундаментальной и прикладной математики для анализа и синтеза информационных систем и процессов | <b>Знать (З):</b> теоретическую информатику, фундаментальную и прикладную математику для анализа и синтеза информационных систем и процессов<br><b>Уметь (У):</b> Самостоятельно определяет тематику, цели, содержание, формы, методы и средства, ожидаемые результаты деятельности обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями<br><b>Владеть (В):</b> способностью оценивать результаты анализа и синтеза информационных систем и процессов на всех этапах | <b>Пороговый (удовлетворительно)</b> | <b>Знать:</b> теоретическую информатику, фундаментальную и прикладную математику для анализа и синтеза информационных систем и процессов<br><b>Уметь:</b> Самостоятельно определяет тематику, цели, содержание, формы, методы и средства, ожидаемые результаты деятельности обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями<br><b>Владеть:</b> способностью оценивать результаты анализа и синтеза информационных систем и процессов на всех этапах |
|   |   | <b>Продвинутый (хорошо)</b>          | <b>Знать:</b> теоретическую информатику, фундаментальную и прикладную математику для анализа и синтеза информационных систем и процессов<br><b>Уметь:</b> Самостоятельно определяет тематику, цели, содержание, формы, методы и средства, ожидаемые результаты деятельности обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями<br><b>Владеть:</b> способностью оценивать результаты анализа и синтеза информационных систем и процессов на всех этапах |
|   |   | <b>Высокий (отлично)</b>             | <b>Знать:</b> теоретическую информатику, фундаментальную и прикладную математику для анализа и синтеза информационных систем и процессов<br><b>Уметь:</b> Самостоятельно определяет тематику, цели, содержание, формы, методы и средства, ожидаемые результаты деятельности обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями<br><b>Владеть:</b> способностью оценивать результаты анализа и синтеза информационных систем и процессов на всех этапах |

## 2. Описание шкал оценивания

### 2.1 Шкала оценивания на этапе текущего контроля

| Форма текущего контроля | Отсутствие усвоения (ниже порогового)*          | Пороговый (удовлетворительно)                            | Продвинутый (хорошо)                                       | Высокий (отлично)  |
|-------------------------|---|--|--|--|
| Практическое задание    | не выполнено или все задания решены неправильно | Цель и задачи практического задания достигнуты частично. | Цель и задачи выполнения практического задания достигнуты. | Цель выполнения практического задания достигнута, задачи решены. |

**2.2 Шкала оценивания на этапе промежуточной аттестации (зачет и экзамен, курсовая работа)**

| Форма промежуточной аттестации | Отсутствие усвоения (ниже порогового)           | Пороговый (удовлетворительно)  | Продвинутый (хорошо)   | Высокий (отлично)  |
|--------------------------------|---|--|--|--|
| Ответы на вопросы к зачёту     | не выполнена или все задания решены неправильно | Цель и задачи вопроса достигнуты частично. Актуальность темы определена неубедительно. | Цель и задачи выполнения вопроса достигнуты. Актуальность темы подтверждена. | Цель написания ответа на вопрос достигнута, задачи решены. |

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ**

**ПРИМЕРНЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ**

**Задание 1.**

Дать определение неориентированного графа. Привести пример. Дать определение полного графа. Нарисовать граф  $K_5$  В турнире по круговой системе один участник заболел и не доиграл все встречи. Сколько было первоначально участников, если прошло 40 встреч. На 8 марта каждый студент группы подарил каждой студентке по цветку. Какое максимальное количество цветков могло быть подарено, если в группе 20 человек. Построить остовное дерево для следующего графа. Решение выполнять пошагово.

**Задание 2.**

Дать определение ориентированного графа. Привести пример. Дать определение двудольного графа, полного двудольного графа графа. Нарисовать граф  $K_{3,4}$  В турнире по круговой системе один участник заболел и не доиграл все встречи. Сколько было первоначально участников, если прошло 30 встреч. В турнире по теннису встретились две команды с одинаковым количеством участников. Каждый игрок первой команды сыграл с каждым игроком второй команды. Известно, что в каждой команде было не более 8 участников, и что первая команды выиграла в 4 раза больше встреч, чем вторая. Сколько участников в каждой команде.

**ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА ВОПРОСОВ К ЗАЧЕТУ**

1. Кто считается «отцом теории графов»?
2. В чем заключается «задача о кенигсбергских мостах»?
3. Кто впервые ввел термин «граф»?
4. Работы каких ученых из области химии и физики связаны с теорией графов?
5. Что такое «головоломка Гамильтона»?
6. В чем заключается задача о раскраске карт? История ее решения.
7. Понятие графа, вершины ребра и дуги графа. Смежные вершины, инцидентные ребра. Петли, кратные ребра. Примеры.
8. Ориентированные и неориентированные графы. Примеры.
9. Виды графов: полные графы, пустые графы, двудольные графы.
10. Подграфы и дополнения: определения и примеры.
11. Операции над графами: определения и примеры.
12. Способы задания графов, их сравнительная характеристика. Примеры.
13. Что такое цепь? Что такое путь? Чем они отличаются?
14. Какой граф называется связным?
15. Что такое компонента связности?
16. Что значит «обойти граф»? Какие способы обходы существуют?
17. Обход в глубину: принцип и реализация.
18. Обход в ширину: принцип и реализация.
19. Что такое дерево?
20. Теорема Кэли (характеризация деревьев).
21. Что такое покрывающее дерево? Как его можно построить?

22. Что такое фундаментальный цикл?
23. Как построить множество фундаментальных циклов?
24. Сформулировать определение эйлера пути. Каковы необходимые и (или) достаточные условия его существования?
25. Сформулировать определение эйлера графа. Каковы необходимые и (или) достаточные условия его существования?
26. Привести примеры эйлеровых графов, графов, не являющихся эйлеровыми, но содержащими эйлеров путь.
27. Сформулировать определение гамильтонова пути и гамильтонова графа. Каковы необходимые и (или) достаточные условия их существования?
28. Привести примеры гамильтоновых графов.
29. Сформулировать задачу о поиске кратчайшего пути.
30. Алгоритм Форда-Беллмана: постановка задачи, реализация алгоритма.
31. Алгоритм Флойда: постановка задачи, реализация алгоритма.
32. Алгоритм Дейкстры: постановка задачи, реализация алгоритма.
33. Сравнительная характеристика алгоритмов поиска кратчайших минимального веса
34. Понятие сети и потока в сети.
35. Алгоритм построения увеличивающей цепи.
36. Алгоритм Форда-Фолкерсона построения максимального потока в сети.
37. Привести примеры прикладных задач, которые можно решить с помощью графов.